

对《六西格玛管理》稳健参数设计实例分析的探讨

◆俞钟行/文

摘要: 本文对《六西格玛管理(第二版)》中两个稳健参数设计案例的数据分析部分, 替之以基于excel的“三部曲”: 因素趋势图、广义线性回归和规划求解选优。一例得到更好结果, 另一例得到相同结果, 证明此法的高效与可靠, 且易于推广应用。

关键词: 六西格玛管理; 稳健参数设计; 因素趋势图; excel; 回归; 规划求解

享誉全球的田口方法也叫稳健参数设计, 《六西格玛管理》^[1]的第7章第6节作了详细介绍, 给出两个静态情况下的案例。考虑到目前人所具备的计算资源和能力已决非田口时代的人所能比, 本文使用这两个案例的试验设计、方案实施及采集到的实测数据, 采用截然不同但更有效的数据分析处理方法, 来获得相同或更好的结果。这个方法称之为“因素趋势法”^[2], 易于推广应用。

下面分别介绍这两个案例, 省略原数据分析部分(用minitab), 只给出原所得结果, 然后给出基于excel的“因素趋势法”数据分析。

1 原例7-9: 塑料袋口封装机封装强度分析

指标: 封装强度(望目), 为18(kg)。可控因素及水平见表1, 用 $L_9(3^4)$ 试验。

用综合误差法, 对每种试验条件选取最不利状况, 进行2次试验。试验方案和结果见表2。

原例进行数据分析后认为, 可

以有下列两种选择: (1) 如果能容忍与目标18的误差, 就选择表2的第2次试验方案为最佳方案, 它的两次实测平均值为18.2。这个最佳方案是A1B2C2。(2) 若希望得到更精确的结果, 则保留B2C2, 在A1=60及A2=75之间再进一步做试验。

1.1画因素趋势图。此法一开始做常规的“极差分析”(这里省略步骤), 并画出“因素趋势图”, 见图1。

1.2广义线性回归。图1显示: 因素A最强且呈“角”或V状, 根据经验插入A的平方项(以AA表示)会有明显效果, 实际上插入AA后再用excel的“回归”模块分析, 复相关系数就从0.43跃升到0.65, 方程p值

表1 可控因素水平表

水平	A: 温度 (摄氏度)	B: 厚度 (微米)	C: 压力 (千克)
1	60	32	1
2	75	36	1.25
3	90	40	1.5

表2 试验方案和结果

N	A	B	C	Y1	Y2
1	60	32	1	19	16
2	60	36	1.25	18.4	18
3	60	40	1.5	17.5	17
4	75	32	1.25	18.6	17.5
5	75	36	1.5	19.3	17
6	75	40	1	19.1	18.5
7	90	32	1.5	18.4	16
8	90	36	1	17	16.5
9	90	40	1.25	15.9	14.5

从0.39骤降为0.11等,说明这个“插项”是正确的。另外从图1看到A和B这两个最强因素的变化趋势明显交叉,它们之间可能有交互作用;B和C这两个因素虽然最弱但变化趋势相反,它们之间也可能有交互作用……究竟判断得对不对,以回归结果为标准。

对于此例,曾选得3种可考虑的方案组合,它们含有的因素分别有①A、B、C、AA、AB;②A、B、C、AA、BC;③B、C、AA、BC。但经过综合比较后,主要比较复相关系数、标准误差、残差和Ru值(用于比较因素项数不同的回归方程)等,认为②是最好的。方案②在excel电子表格的界面如表3所示。这里要说明两点:第一,因为原每个试验条件下作两次试验,为利用excel分析数据方便,按文献[2]p49“把重复的正交试验变为相连的正交试验”,已先把表2的左4列拷贝到表2下,再把表2的Y2列拷贝到Y1列下,并把Y1改为Y。第二,这里已在表2原有的A、B和C三个因素的基础上,加插了“AA”因素项及“BC”因素项。AA的第1行3600等于A的第1行60的平方;BC

的第1行32等于B的第1行32与C的第1行1的积,依次类推。

现在用excel的“数据分析”中的“回归”模块做分析,可得结果。其实在前面的分析过程中,已反复应用此模块,为了节约篇幅未显示。其最后结果如图2所示。

所得到的结果并非理想,如残差SS对总计SS所占的比例较大,各因素的p值也不够小等。在作者成功应用的几十例“因素趋势法”中,这

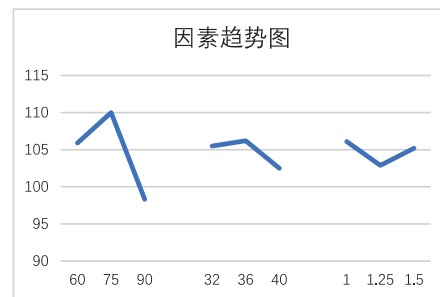


图1 因素趋势图(自左向右,因素为A、B和C)

表3 方案②在excel电子表格的界面

BC	A	B	C	AA	Y
32	60	32	1	3600	19
45	60	36	1.25	3600	18.4
60	60	40	1.5	3600	17.5
40	75	32	1.25	5625	18.6
54	75	36	1.5	5625	19.3
40	75	40	1	5625	19.1
48	90	32	1.5	8100	18.4
36	90	36	1	8100	17
50	90	40	1.25	8100	15.9
32	60	32	1	3600	16
45	60	36	1.25	3600	18
60	60	40	1.5	3600	17
40	75	32	1.25	5625	17.5
54	75	36	1.5	5625	17
40	75	40	1	5625	18.5
48	90	32	1.5	8100	16
36	90	36	1	8100	16.5
50	90	40	1.25	8100	14.5

回归统计	
Multiple R	0.729778
R Square	0.532576
Adjusted R Square	0.337816
标准误差	1.079277
观测值	18

方差分析					
	df	SS	MS	F	Significance F
回归分析	5	15.92639	3.185278	2.734524	0.071203
残差	12	13.97806	1.164838		
总计	17	29.90444			

	Coefficients	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%
Intercept	-36.5972	21.28742	-1.71919	0.111243	-82.9785
BC	-0.91667	0.539638	-1.69867	0.115136	-2.09244
A	0.499444	0.411107	1.214876	0.247778	-0.39628
B	1.083333	0.67903	1.595413	0.136604	-0.39615
C	32.7	19.46691	1.679773	0.118826	-9.71476
AA	-0.00381	0.002681	-1.42265	0.180309	-0.00966

图2 相对最佳方案的回归结果

个例子属于相当不好弄的，这或许跟数据来自“最不利状况…两次试验”有关。但即便如此，还是得到明显优于原例的分析结果。现在从图2最下表的左面两列，得到回归方程：

$$Y = -36.5972 - 0.91667BC + 0.499444A + 1.083333B + 32.7C - 0.00381AA$$

1.3规划求解选优。把excel的“规划求解”设置好上述方程后，先把原例已得到的最优方案A1=60、B2=36、C2=1.25代入方程，得到预测值y=18.26111，和实测值很接近。因规划求解是局部选优，宜多设几个“初始条件”求解。先设初始条件为0，预测得到的目标值18，各因素的最佳值分别为A=60.00121（就是A1）、B=32.00485（就是B1）、C=1.098059（很接近C1）。基本就

是表2中的第1次试验。但这个组合似乎并不好，因为从实测结果看，平均值17.5离18有距离，极差3是所有9次试验中最大的。这个组合被选上应跟初始值为0有关，因为选上的各因素水平值都是最靠近0的。

再以实测中最佳组合A1=60、B2=36、C2=1.25为初始条件，根据经验，在本来就比较好的方案附近再选优，容易得到好的方案。实际上，这次规划求解预测得到的目标值为17.99999，各因素的最佳值分别为A=60（就是A1）、B=39.21267

（很接近B3）、C=1.268592（很接近C2）。在表2中，A1B3C2这个方案是没有的，但有A1B3C3，即第3次试验。这第3次试验虽然平均值是17.25，离目标值18颇远，但极差为0.5，仅比极差最小的0.4小一点；而极差也等于0.5的第8次试验，其平均值为16.625，距目标值18更远。所以，如果综合评估的话，在原来9次试验里，第3次试验组合就是第二好的。现在以原第一好的组合为初始条件，探索到一个未曾实施过的新组合，就在原第二好的组合附近。这确实是“因素趋势法”带来的希望和成果，值得验证。

2 原例7-10：钛合金磨削工艺参数的优化设计

指标：表面粗糙度Ra（望小），单位：μm。可控因素及水平见表4。用L₉（3⁴）试验。

根据综合误差因子的标准条件和正侧最坏条件，对每种试验条件各测一个数据，有关方案和结果见表5。

根据原例得到的分析结果，最佳试验方案为：A2B1C1D3，即A=160、B=0.03、C=0.82、D=0.00125。下面可看到：因素趋势法用完全不同的分析方法，得出与此完全相同的结论。

表4 可控因素及水平表

水平	A：工件转速 (转/分)	B：修整走刀量 (mm/转)	C：纵向走刀量 (mm/转)	D：磨削深度 (mm)
1	112	0.03	0.82	0.005
2	160	0.06	3.3	0.0025
3	80	0.09	1.65	0.00125

表5 试验方案和结果

N	A	B	C	D	Y1	Y2
1	112	0.03	0.82	0.005	0.162	0.184
2	112	0.06	3.3	0.0025	0.259	0.313
3	112	0.09	1.65	0.00125	0.178	0.206
4	160	0.03	3.3	0.00125	0.204	0.211
5	160	0.06	1.65	0.005	0.226	0.244
6	160	0.09	0.82	0.0025	0.167	0.178
7	80	0.03	1.65	0.0025	0.213	0.228
8	80	0.06	0.82	0.00125	0.157	0.188
9	80	0.09	3.3	0.005	0.238	0.271

2.1画因素趋势图。这里要特别注意的，表5中各因素的水平值是乱序的，如B是从小到大，D是从大到小。而且即使排好序，同一个因素各个水平之间的间隔大小也不相同，但此例差距不大。

为了正确地画出“因素趋势图”，各因素必须有相同的排序，有的软件在这方面存在错误的。

下面如同原例7-9那样，先对原例7-10的试验方案和结果（表5）按文献[2]p49“把重复的正交试验变为相连的正交试验”做好拷贝，并做“极差分析”，所得结果见表6。为了节约篇幅，图6中的右起第2、第3列为后来插入的项，下面会作解释。而如何在excel电子表格上用sumif等内置函数等做“极差分析”，具体步骤可参见文献[2]p53。接着画出因素趋势图，见图3，具体步骤可参见文献[2]p54~55。需要特别注意的是，必须先对每个因素都按相同顺序（这里都是升序）排好序，然后才能正确地画出因素趋势图。

2.2广义线性回归。从图3可见，因素B呈“角”或V状，可以插入B的2次项。对照“常见的函数图形”

（无论是《统计手册》还是原国家质量工程师职业资格考试的中级教材里都有），觉得因素D的形状有点类似 $y=ae^{b/x}$ ($b<0$)，于是尝试插入 $e^{-1/D}$ 这一项。现在就得到表6所示的结果。其中右起第2列第2行的 2.1981×10^{-87} ，就是e取2.712时 $e^{-1/0.005}$ 的计算结果。再对表6有关部分用excel“回归”模块分析，得到结果

表6 试验方案和结果(含极差分析和插项)

N	A	B	C	D	BB	$2.712^{(-1/D)}$	Y
1	112	0.03	0.82	0.005	0.0009	$2.19818E-87$	0.162
2	112	0.06	3.3	0.0025	0.0036	$4.832E-174$	0.259
3	112	0.09	1.65	0.00125	0.0081	0	0.178
4	160	0.03	3.3	0.00125	0.0009	0	0.204
5	160	0.06	1.65	0.005	0.0036	$2.19818E-87$	0.226
6	160	0.09	0.82	0.0025	0.0081	$4.832E-174$	0.167
7	80	0.03	1.65	0.0025	0.0009	$4.832E-174$	0.213
8	80	0.06	0.82	0.00125	0.0036	0	0.157
9	80	0.09	3.3	0.005	0.0081	$2.19818E-87$	0.238
1	112	0.03	0.82	0.005	0.0009	$2.19818E-87$	0.184
2	112	0.06	3.3	0.0025	0.0036	$4.832E-174$	0.313
3	112	0.09	1.65	0.00125	0.0081	0	0.206
4	160	0.03	3.3	0.00125	0.0009	0	0.211
5	160	0.06	1.65	0.005	0.0036	$2.19818E-87$	0.244
6	160	0.09	0.82	0.0025	0.0081	$4.832E-174$	0.178
7	80	0.03	1.65	0.0025	0.0009	$4.832E-174$	0.228
8	80	0.06	0.82	0.00125	0.0036	0	0.188
9	80	0.09	3.3	0.005	0.0081	$2.19818E-87$	0.271
T1	1.302	1.202	1.036	1.325			
T2	1.23	1.387	1.496	1.358			
T3	1.295	1.238	1.295	1.144			
R=	0.072	0.185	0.46	0.214			

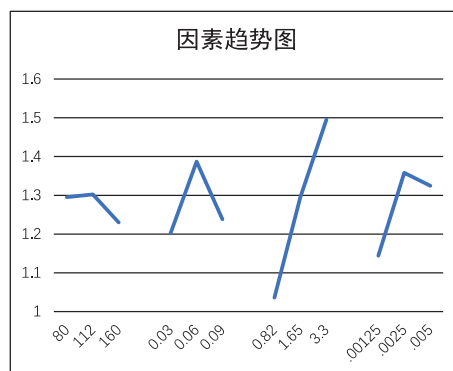


图3 因素趋势图(自左向右,因素为A、B、C和D)

回归统计	
Multiple R	0.915004
R Square	0.837232
Adjusted R Square	0.748449
标准误差	0.020843
观测值	18

方差分析					
	df	SS	MS	F	Significance F
回归分析	6	0.024581	0.0040969	9.4301139	0.000836
残差	11	0.004779	0.0004344		
总计	17	0.02936			

	Coefficients	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%
Intercept	0.016602	0.045881	0.3618547	0.7243158	-0.08438
A	-0.00014	0.000149	-0.966749	0.354444	-0.00047
B	3.811111	1.403961	2.7145426	0.0201268	0.721014
C	0.029413	0.004766	6.1708973	6.998E-05	0.018922
D	28.53333	9.627159	2.9638373	0.0128866	7.344099
BB	-30.9259	11.57967	-2.670708	0.0217665	-56.4126
$2.712^{(-1/D)}$	-3.5E+85	1.45E+85	-2.413195	0.0344192	-6.7E+85

图4 插项后回归分析结果

如图4所示。可以说回归的结果里所有指标都很不错。而在插项前，复相关系数仅为0.803，标准误差为0.028295，残差为0.0104，A与B的p值都超过0.48。现在得到回归方程为：

$$Y=0.016602-0.00014A+3.811111B+0.029413C+28.53333D-30.9259BB-3.5E+85 \times 2.712^{(-1/D)}$$

2.3 规划求解选优。先把原例已得到的最优方案A2=160、B1=0.03、C1=0.82、D3=0.00125代入上面方程，得到预测值y=0.139773。把上述最优方案设为初始条件，再做规划求解，没有发生任何变化！这说明用

因素趋势法分析所得结果，与用稳健参数法完全一致。再选择表5中实测结果最好的第6次试验方案为

初始条件：A2=160、B3=0.09、C1=0.82、D2=0.0025。实施规划求解前，预测值为0.18144；实施规划求解后，预测值为0.145773，有所改善，同时因素D发生变化，从D2=0.0025变到D3=0.00125。显然，这个局部最优解不如刚才所得的最优方案。

把“因素趋势法”嫁接到“稳健参数设计”上，在这两个案例上都取得好的效果。文献[2]p205~210的“减少产品聚合物含量”也是类似成功案例，以后一定会有更多这样的案例。

(作者单位：上海思科统计质量咨询服务有限公司)

参考文献：

- [1]马林、何桢主编.六西格玛管理(第二版), [M].北京,中国人民大学出版社, 2007,375-390.
- [2]俞钟行.基于EXCEL与因素趋势图的试验设计题解集锦, [M].上海,上海科技出版社, 2019.

